

**PROVA DI AMMISSIONE AI CORSI DI LAUREA MAGISTRALE IN MEDICINA E
CHIRURGIA E IN ODONTORIATRIA E PROTESI DENTARIA**

Anno Accademico 2018/2019

SOLUZIONI COMMENTATE

Ragionamento logico

1) Il quesito chiede di individuare l'affermazione certainamente vera considerato che è falso che “ogni volta (= tutte le volte, cioè sempre) che mi alzo dal letto provo delle vertigini”. Pertanto, occorre ragionare sul quantificatore, negandolo, ottenendo così: “non ogni volta che mi alzo dal letto provo delle vertigini” ovvero “ESISTE (almeno) una volta che mi alzo dal letto e NON provo delle vertigini” equivalente all'opzione “A”.

2) Il ragionamento induttivo procede dal “particolare” all’“universale”, esso cioè, analizzando singoli e particolari casi, tenta di giungere alla formulazione di una legge universale ossia sempre valida. Le opzioni B, C, D, E, in coda al quesito in oggetto, riportano ragionamenti di tipo “deduttivo” che procedono cioè dall’“universale” (tutti...allora...), al “particolare. Solo l'opzione “A” analizza il singolo caso (nel mio studio sperimentale ...quindi...) per formulare un enunciato sempre valido seguendo, così, un ragionamento induttivo.

3) La domanda richiede di individuare, tra le opzioni, quella che riporta un sinonimo di VOLUME e di ATTITUDINE. L'unica scelta possibile è “capacità” intesa sia come “possibilità che un recipiente ha di contenere fino ad un determinato limite” (VOLUME), sia come “abilità a fare qualcosa” (ATTITUDINE).

4) L'analogia chiede di riflettere sulla relazione esistente tra i termini noti che, apparentemente, sembra inesistente. Tuttavia, esaminando le diverse opzioni, le uniche da considerare sembrano essere le prime due e, dunque, si può provare a completare l'analogia nei seguenti modi:

a) Due : cerchio come tre : sfera

b) Quadrato : cerchio come tre : cubo.

In questo modo, si nota che l'opzione “A” è da privilegiare poiché completa correttamente l'analogia chiarendo il rapporto tra i termini: due sono le dimensioni delle figure geometriche piane, come il cerchio, come tre sono quelle delle figure geometriche solide come la sfera.

5) L'enunciato equivale al seguente: *continuare a gridare implica (→) che non risolverai il problema e che perderai la voce*, ovvero **se A allora [~C e B]**. Quindi, l'opzione A, ovvero

$$A \rightarrow [[\sim C] \wedge B]$$

traduce perfettamente questa affermazione.

6) Il quesito specifica che dei 50 dolci:

36 non sono *croissant*, quindi si deduce che i *croissant* sono $50-36=14$;

39 non sono *madeleine*, quindi si deduce che i *madeleine* sono $50-39=11$.

Quindi i *painduraisin*+ i *painauchocolat* sono 25. Ma sappiamo anche i *painauchocolat* sono uno in più del *painauraisin*, quindi deduciamo che i *painauchocolat* sono 13.

7) Ieri le azioni sono aumentate del 45%, ovvero di 450euro raggiungendo quindi la cifra di 1450 euro.

Oggi si sono deprezzate del 40%, raggiungendo così la cifra di $(1450-40/100*1450)$ euro=870 euro.

Risulta pertanto chiaro che Alice ha perso $(1000-870)$ euro= 130 euro.

8) Il quesito richiede di calcolare la probabilità che, scegliendo a caso due studenti da una classe di 21 allievi, entrambi portino gli occhiali. Tale probabilità deve essere uguale a $\frac{1}{2}$ poiché è specificato che una volta su due gli studenti portano gli occhiali. Risulta pertanto evidente che il numero n di studenti che porta gli occhiali è uguale a 15. Infatti, ipotizzando $n=15$ si ha:

la probabilità che scegliendo il primo studente porti gli occhiali è $15/21$;

la probabilità che anche il secondo studente porti gli occhiali è $14/20$.

La probabilità che entrambi gli studenti portino gli occhiali è uguale al prodotto delle singole probabilità: $15/21*14/20=1/2$.

9) La serie numerica proposta segue la seguente logica: il terzo numero della serie è ottenuto raddoppiando il primo e sommandolo al secondo. Seguendo tale logica anche per i numeri successivi al terzo, si ha che i numeri mancanti sono:

$$53 = 13*2 + 27$$

$$107 = 27*2 + 53$$

10) Dalle tabelle di verità della congiunzione, della disgiunzione e della negazione, schematizziamo i 4 casi come segue.

A	B	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg(A \wedge B) \vee A$
V	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

Risulta pertanto evidente che la risposta corretta è l'opzione A.

11) La risposta corretta è la A. Infatti:

se *tutti gli X sono Y*, X è sottoinsieme di Y. Pertanto ogni elemento di X è anche elemento di Y e quindi qualche Y è X.

Inoltre: se *nessun X è Y*, X e Y sono insiemi disgiunti e quindi si può anche affermare che nessun Y è X.

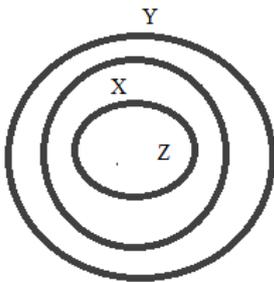
12) Se Nicolò riesce a smaltire ogni ora il 30% dell'alcool presente nel corpo:

-dopo un'ora avrà nel sangue il 70% di alcool, quindi 0,7 g/l;

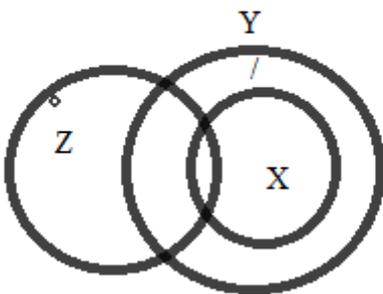
dopo due ore, il tasso alcolemico sarà pari a $0,7 - (30/100 * 0,7) = 0,49$ g/l.

13) Per risolvere il quesito conviene riscrivere ciascun sillogismo usando i diagrammi insiemistici:

S1= ogni X è Y, ogni Z è X, allora ogni Z è Y

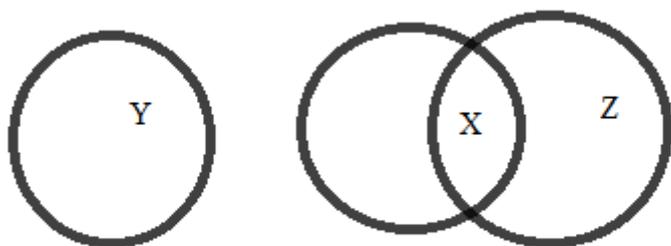


S2= ogni X è Y, qualche Z non è Y, allora qualche Z non è X



N.B.: Occorre considerare l'intersezione tra qualche Z e X come possibile, perciò "qualche Z non è X"

S3= nessun X è Y, qualche X è Z, allora qualche Z non è Y



Sulla base della riscrittura dei sillogismi in forma di diagramma, si nota che essi siano tutti veri.

14) Il quesito chiede di ragionare su un'implicazione logica che riporta una "condizione sufficiente" la cui struttura logica è "se A allora B", ma la cui conseguenza deduttivamente certa è "se NON B allora NON A" riscontrabili ai punti A e B. Quindi, risulta corretta l'opzione "A".

15) La risposta corretta è la A. Infatti, mediante semplici calcoli risulta evidente che la tariffa più conveniente è la tariffa C. Vediamo perché:

- con la tariffa A, Giorgio avrebbe una spesa fissa di $(0,3 \cdot 120) + 40 = 72$ euro mensili;

- con la tariffa B, Giorgio avrebbe una spesa fissa di $(0,4 \cdot 120) + 30 = 78$ euro mensili;

- con la tariffa C, Giorgio avrebbe una spesa fissa di $(0,6 \cdot 120) = 72$ euro mensili.

16) La risposta corretta è la A. Analizzando la logica della sequenza delle tabelle 1 e 2, si deduce che il numero mancante nella tabella 3 è il quadrato del numero che si trova in posizione prima riga-seconda colonna, ossia $6 \cdot 6 = 36$.

17) Il pensiero principale del brano di Montalenti evidenzia chiaramente che la genetica discende dalla zoologia e dalla botanica e di esse costituisce il principale momento interpretativo successivo a quello descrittivo e classificatorio. Inoltre, esso sottolinea che l'indagine genetica è spesso in collaborazione con la biochimica e porta la biologia verso frontiere sempre più avanzate. Analizzando le opzioni riportate si nota che l'unica coerente con il contenuto del brano è la "A" in cui si afferma che la genetica ha premesso di spiegare fenomeni che zoologia e botanica avevano solo descritto.

18) In merito a questa domanda è sempre l'opzione "A" quella valida in cui si dice che la genetica ha consentito di dare il via ad una sperimentazione su temi importanti delle Scienze biologiche.

19) Tra le opzioni del quesito, l'unica concorde al contenuto del brano è quella che sostiene che la genetica ha assunto una posizione rilevante nella Biologia

20) Infine, unica opzione deducibile dal significato del brano e dalla notizia bibliografica riportata tra parentesi, in cui è presente l'anno di pubblicazione dello scritto di Montalenti (1979), è la "A": la genetica, alla fine degli anni Settanta, rappresentava la disciplina più avanzata tra le scienze biologiche.

Cultura generale

21) Il quesito chiede di individuare, tra le opzioni, la definizione del termine “frattale”. Si comprende, immediatamente, che non si tratta di un termine di uso comune e che evoca l’idea di “frazione”, cioè di qualcosa che viene “frazionato”, “spezzato”. Pertanto, leggendo le opzioni già si possono escludere:

- b) poiché definisce “frattale” come “aggregato” e, perciò, in contrasto con la sua etimologia;
- d) poiché alterazioni e disfunzioni anatomiche, di solito, vengono indicate con prefisso “dis”;
- e) poiché non esiste alcuna corrente poetica definita come “frattale”.

Allora, l’opzione “A” appare come la più vicina etimologicamente a “fractus” (spezzato).

22) La soluzione della domanda giunge dalla conoscenza del dato storico che fa risalire la nascita della Carta costituzionale americana al 1788, quella francese al 1814, quella italiana al 1948, quella al 1975, quella messicana al 1917.

Biologia

23) L’appaiamento tra le base avviene solo tra una purina e una pirimidina; i nucleotidi sono legati tra loro, lungo in filamento, grazie a legami fosfodiesterici; un tRNA lega un aminoacido grazie ad un legame estere.

24) I lipidi di membrana vengono sintetizzati a livello del reticolo endoplasmatico liscio; la degradazione delle proteine e degli organuli cellulari avviene nei lisosomi; i nucleosomi si formano nel nucleo.

25) La replicazione prevede che entrambi i filamenti fungano da stampo per la sintesi di due nuovi filamenti. Questa sintesi è resa possibile grazie all’attività di vari enzimi: in particolare la DNA polimerasi 3 si occupa di assemblare in sequenza i nucleotidi. La polimerasi è in grado di sintetizzare il nuovo filamento procedendo.

26) Un operone è un insieme di geni che vengono regolati in modo coordinato. Hanno un ruolo importante nella regolazione genica dei procarioti, mentre sono rari negli eucarioti. Una polimerasi è un enzima con la capacità di assemblare catene di nucleotidi. Un fattore di trascrizione è una proteina che si lega ad un promotore o ad un enhancer, da dove poi regola la trascrizione. Il sito di legame per un repressore è detto silencer e può trovarsi prima o dopo il promotore.

27) Il batteriofago possiede un DNA costituito da 2 filamenti, ognuno marcato con un fosforo radioattivo. La replicazione è un fenomeno semiconservativo quindi, a prescindere dal numero di fagi generati, sempre e solo 2 saranno quelli con il filamento marcato.

28) I plasmidi sono piccole molecole circolari di DNA presenti nelle cellule procariote che consentono alla cellula di acquisire alcune proprietà particolari, come ad esempio la resistenza agli antibiotici.

29) Il carattere preso in considerazione è dominante e risulta letale in caso di omozigosi. Questo significa che i genitori, malati ma vivi, devono essere eterozigoti. I figli, per risultare sani, devono essere omozigoti recessivi. In un incrocio tra due eterozigoti, la frequenza attesa di omozigoti recessivi è $\frac{1}{4}$. Tuttavia il quesito parla di figli nati. L'omozigosi dominante è una condizione letale, quindi la frequenza dei figli sani sui figli nati è di $\frac{1}{3}$.

30) Il quesito non è altro che la formulazione della seconda legge di Mendel, detta legge della segregazione, che enuncia che nell'incrocio di due ibridi (cioè eterozigoti) i due alleli che caratterizzano un determinato carattere in ognuno dei due genitori si separano l'uno dall'altro (segregano) durante la formazione dei gameti. La combinazione dei gameti a tutte le combinazioni possibili tra gli alleli, determinando il caratteristico rapporto genotipico 1:2:1 e fenotipico 3:1. L'assortimento indipendente è un fenomeno descritto dalla terza legge di Mendel, mentre il linkage (associazione) è un fenomeno non preso in considerazione da Mendel, ma comunque sempre collegato al concetto di assortimento indipendente. Codominanza e dominanza incompleta sono fenomeni che riguardano i rapporti di dominanza tra alleli e il conseguente fenotipo, determinando rapporti fenotipici differenti da quelli individuati da Mendel.

31) La maturazione post-trascrizionale prevede 3 processi: capping, poliadenilazione e splicing. Il capping prevede l'aggiunta di una guanosina metilata in posizione 5-terminale; la poliadenilazione consiste nell'aggiunta di una coda poliA in posizione 3-terminale; lo splicing consiste nella rimozione degli introni e successiva unione degli esoni. In alcune particolari situazioni, dette di splicing alternativo, possono essere rimossi anche uno o più esoni.

32) La membrana cellulare è formata da un doppio strato fosfolipidico che comprende anche proteine, colesterolo e piccole quantità di glicoproteine e glicolipidi. I fosfolipidi presentano una parte idrofila e una idrofoba e sono allineati in modo tale che il lato idrofilo dello strato esterno e quello dello strato interno siano rivolti verso i due ambienti acquosi (il citoplasma e il liquido extracellulare). Le proteine estrinseche ed intrinseche possono essere associate sia allo strato esterno che a quello interno, quelle intrinseche possono anche attraversare completamente la membrana.

33) Il DNA mitocondriale viene trasmesso per eredità matrilineare sia ai figli maschi che femmine, in quanto la cellula uovo è generata dalla madre. Codifica per 13 differenti proteine, 22 tRNA e 2 rRNA. Mutazioni possono dare origine a una grande varietà di patologie.

34) Gli enzimi di restrizione sono un particolare categoria di enzimi in grado di tagliare il DNA rompendo i legami fosfodiesterici. Esistono diverse categorie di enzimi di restrizione, quelli propriamente detti ed utilizzati in laboratorio sono di categoria II. Questi enzimi effettuano il taglio riconoscendo sequenze bersaglio specifiche formate da 4-8 basi disposte in modo palindromo. Vengono utilizzati, per esempio, nel clonaggio molecolare, cioè nell'inserimento di geni di interesse in una molecola di DNA (plasmide).

35) La melatonina è un ormone prodotto dalla ghiandola pineale o epifisi (da non confondere con le epifisi ossee); i polisaccaridi sono zuccheri organizzati in catene e quelli vegetali riguardano appunto le cellule vegetali, un noto esempio è la cellulosa; le vitamine liposolubili sono principalmente la A, E, K e D (quest'ultima è l'unica che può essere sintetizzata nel nostro organismo) e hanno varie funzioni quali favorire l'assorbimento del calcio a livello intestinale e la

mineralizzazione delle ossa; i melanociti sono cellule presenti a livello dell'epidermide e sono caratterizzate dal produrre un pigmento chiamato melanina; il timo è un organo linfoide il cui principale compito è di far maturare i linfociti T.

36) La gluconeogenesi è un processo metabolico che porta alla formazione di glucosio partendo da composti non glucidici e si attua in condizione di carenza di glucosio nel flusso ematico. In pratica è un ripercorrere a ritroso le tappe della glicolisi. Anche la degradazione del glicogeno porta a liberazione di glucosio, ma è un processo differente che parte da molecole differenti (un polimero del glucosio).

37) L'omero è un osso lungo dell'arto superiore. Si articola distalmente con ulna e radio e prossimalmente con la scapola. La diafisi rappresenta la parte centrale di un osso lungo, l'epifisi l'estremità. L'epifisi distale dell'omero è quindi articolata con l'epifisi prossimale di radio e ulna.

38) Gli osteociti, dopo aver secreto la matrice cellulare, si trovano intrappolati nelle lacune tra le lamelle. Le lamelle posso disporsi in cerchi concentrici originando delle strutture dette osteoni che delimitano un sottile canale (canale di Havers) in cui decorrono i vasi sanguigni.

39) L'intestino è in gran parte vascolarizzato dall'arteria mesenterica superiore; l'encefalo è irrorato dalle carotidi interne e dalle arterie vertebrali; i polmoni dalle arterie bronchiali; il midollo spinale dalle arterie spinali.

40) L'apparato respiratorio nell'uomo è organizzato in questa sequenza: naso, faringe, laringe, trachea, bronchi e bronchioli, polmoni. La trachea, nell'adulto, ha una lunghezza di circa 12 cm e decorre a stretto contatto con l'esofago, anteriormente ad esso. La pleura è una membrana che avvolge i polmoni; le corde vocali sono lembi tendinei collocati a livello della laringe; la tiroide è una ghiandola collocato sotto il pomo d'Adamo, che è una prominza laringea.

Chimica

41) Le forze di van der Waals sono interazioni intermolecolari che agiscono tra molecole diverse (sia apolari sia polari che a diversi stati di aggregazione della materia) anche se ci sono altri tipi di forze. Si tratta d'interazioni deboli che hanno un breve raggio d'azione e la loro intensità diminuisce rapidamente con l'aumentare della distanza degli atomi (o molecole) che interagiscono. Pertanto la risposta corretta è la A.

42) In base alle reazioni di dissociazione, qui di seguito illustrate, la risposta corretta è la A (Cloruro di mercurio)

- HgCl_2 (sale) $\rightarrow \text{Hg}^{2+} + 2\text{Cl}^-$ (3 ioni)
- Na_3PO_4 (sale) $\rightarrow 3\text{Na}^+ + \text{PO}_4^{3-}$ (4 ioni)
- NH_4MnO_4 (sale) $\rightarrow \text{NH}_4^+ + \text{MnO}_4^-$ (2 ioni)
- CH_3COOH (acido debole) $\rightarrow \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}^+$ (2 ioni)

- KOH (base forte) \rightarrow $K^+ + OH^-$ (2 ioni)

43) Attraverso le strutture di Lewis non si riesce a prevedere la geometria delle molecole, in altre parole come gli atomi sono organizzati nello spazio, a tale scopo si ricorre alla Teoria di VSEPR. Secondo la teoria ogni molecola tende ad assumere la geometria che gli conferisce la minore energia potenziale. Coppie di elettroni, sia di legami che liberi, tendono a disporsi il più possibile lontano gli uni dagli altri in modo da minimizzare le forze repulsive reciproche. Per prevedere la struttura molecolare si somma il numero di legami sigma e il numero di doppietti solitari presenti attorno all'atomo centrale. L'unica molecola tra quelle proposte che non presenta una geometria lineare è l'anidride solforosa (SO_2) che presenta invece una geometria triangolare planare.

44) Per rispondere al quesito si deve calcolare il numero di moli di ioni H^+ liberati dall'acido solforico e il numero di moli di ioni OH^- liberati dall'idrossido di sodio.

$$M \cdot V = 0,05 \text{ mol/l} \cdot 0,5 \text{ l} = 0,025 \text{ moli di ioni } H^+$$

L'acido solforico (H_2SO_4) è un acido diprotico quindi si moltiplicano le moli ottenute per 2.

$$2 \cdot 0,025 = 0,05 \text{ mol} = M \cdot V = 0,08 \text{ mol/l} \cdot 0,5 \text{ l} = 0,04 \text{ moli di ioni } OH^-$$

In soluzione si ha quindi 0,05 moli di ioni H^+ e 0,04 moli di ioni OH^- . L'eccesso di ioni H^+ ammonta a 0,01 mol/l ($0,05 - 0,04 = 0,01$ moli di H^+ in 1 litro di soluzione) a questo punto si può calcolare il pH: $pH = -\log(10^{-2}) = 2$.

45) Per bilanciare l'intera reazione si deve partire dai coefficienti dati dal quesito e cioè $3Cl_2$ e $3H_2O$. A questo punto l'unica soluzione possibile è la A.

46) I composti con formula C_nH_{2n} possono essere cicloalcani o alcheni (risposta corretta A). I cicloalcheni o alchini hanno, invece, formula bruta C_nH_{2n-1} .

47) Le molecole contenute in 0,125 moli di tale composto sono: $n \cdot Na = 0,125 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 7,525 \cdot 10^{22}$ molecole e non come riportato nella risposta B. Anche le opzioni C e D sono da scartare perché le masse non sono uguali in particolare quella dell'ossigeno è superiore a quella del calcio. La risposta E è errata poiché le moli di cationi che il sale è in grado di liberare dissociandosi completamente sono il triplo delle moli del fosfato di calcio: il rapporto tra i coefficienti stechiometrici è 1:3 ($3 \cdot 0,125 = 0,375$ moli). Quindi l'opzione A è quella corretta poiché in una mole di fosfato di calcio sono contenute 3 moli di calcio, 2 moli di fosforo, 8 moli di ossigeno, quindi in 0,125 mol di sale è contenuta 1 mole di ossigeno ($0,125 \cdot 8 = 1$ mol).

48) L'unica terna che rispetta i valori possibili dei numeri quantici è: $n = 3$ $l = 2$ $m = -1$. Infatti, $n = 0$ e $l = -2$ non possono esistere poiché n (numero quantico principale) assume valori interi compresi tra 1 e 7, il numero quantico l non può assumere valori negativi ma può assumere numeri interi compresi tra 0 e $n - 1$ ($0 \leq l \leq n - 1$), perciò se $n = 2$, l può assumere solo i valori 0 e 1 (non 2). Il numero quantico m può invece di assumere numeri interi compresi tra $-l$ e $+l$, quindi se $l = 0$, m può assumere solo il valore zero (non 1).

49) Gli idrocarburi aromatici o areni sono caratterizzati dalla presenza nella loro molecola di uno o più anelli benzenici, ai quali sono dovute le proprietà aromatiche, collegate alla delocalizzazione degli elettroni dei tre legami pi greco sui sei atomi di carbonio. Il capostipite degli idrocarburi aromatici è il benzene.

50) Il cloruro d'argento è un sale che in soluzione acquosa si scinde in ioni secondo la reazione:



$$K_{ps} = [\text{Ag}^+] \cdot [\text{Cl}^-] = 2 \cdot 10^{-10} \text{ mol}^2/\text{L}^2$$

$$x^2 = 2 \cdot 10^{-10} \text{ mol}^2/\text{L}^2 \rightarrow x = 2 \cdot 10^{-10} \text{ mol/L} \approx 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L}$$

51) Per risolvere questo quesito possiamo escludere le due risposte in cui si parla d'iperventilazione (D ed E) e anche la C dato che sia l'O₂ e l'acido lattico non compaiono nel sistema tampone acido carbonico/bicarbonato. Attraverso il principio di *Le Châtelier*, è possibile prevedere lo spostamento dell'equilibrio in risposta a sollecitazioni esterne. Ogni sistema tenderà a reagire alla modifica, opponendosi al cambiamento. Perciò diminuendo l'anidride carbonica che è nei reagenti, gli equilibri si spostano verso sinistra in modo da riformarla, come conseguenza diminuisce la concentrazione degli ioni idronio e quindi il pH diventa più basico portando a una situazione di alcalosi. La risposta corretta è quindi la A.

52) La legge delle proporzioni definite di Proust afferma che: "In un determinato composto chimico, le proporzioni degli elementi che lo costituiscono sono fisse e costanti, indipendentemente dall'origine del composto e dal modo in cui viene preparato". La risposta corretta è quindi la A e non la B. L'opzione C non si deve prendere in considerazione. Ricorda l'enunciato della teoria di Dalton delle proporzioni multiple: "Due elementi si possono combinare in diverse proporzioni per formare più di un composto. Se due elementi formano più di un composto, la massa dell'elemento si combina con una massa fissa dell'altro elemento e stanno sempre in rapporto di numeri piccoli e interi". Anche l'opzione D è da scartare poiché la *mole* è la quantità di materia che contiene un numero di entità elementari pari al numero di atomi presenti in 12 grammi di carbonio-12.

Fisica

53) La risposta a questo quesito si può ottenere utilizzando la legge dei gas perfetti come suggerito dal testo ("una mole di gas perfetto...").

Infatti questa afferma che $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ dove :

P è la pressione del gas

V il volume del gas

n il numero di moli

R la costante dei gas perfetti che nel S.I vale $8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

T la temperatura in gradi Kelvin (K).

Il testo ci dice anche che, dopo una generica trasformazione, le condizioni del gas perfetto sono:

$$P_f = \frac{1}{2} P_i$$

$$V_f = 2 \cdot V_i$$

Il numero di moli, $n=1$, resta invariato dato che è una caratteristica intrinseca del gas e non dipende dal tipo di trasformazione.

Con queste premesse si ricava la temperatura finale con la formula dei gas perfetti precedente detta ottenendo che $T_f = \frac{P_f \cdot V_f}{n \cdot R}$.

Ricordando quanto detto sopra circa pressione e volume finale e sostituendo in quest'ultima equazione si ha:

$$T_f = \frac{\frac{1}{2} P_i \cdot 2 \cdot V_i}{n \cdot R} = \frac{P_i \cdot V_i}{n \cdot R} = T_i.$$

54) Per rispondere a questo quesito è utile fare anche un disegno della situazione fisica che stiamo considerando come riportato sotto.

Analizziamo cosa sta accadendo aiutandosi anche con il testo dell'esercizio.

Un oggetto si muove prima su di un piano orizzontale con energia cinetica $E_{ci} = \frac{1}{2} m v^2$.

Mentre percorre quest' tratto la sua quota non varia quindi non varia l'energia potenziale gravitazionale $U_g = m g h$ e quindi il lavoro svolto in questo tratto dalla forza peso è nullo.

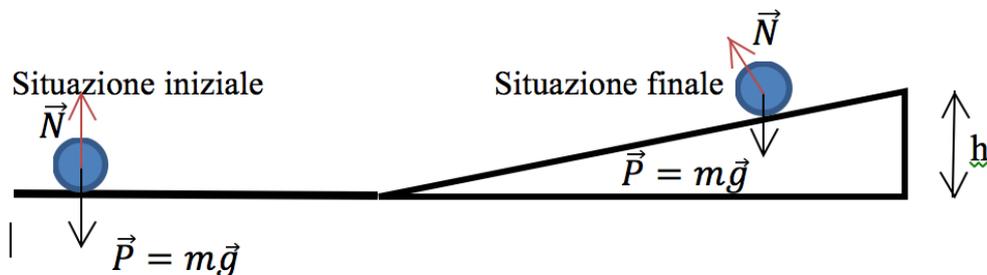
Ricordando infatti che per le forze conservative come il peso vale che $L_{i \rightarrow f} = U_i - U_f$, si ha che il lavoro non c'è.

Per esattezza, posto il sistema di riferimento a terra come in figura sotto, si ha che $h = 0 \text{ m}$ (h è la quota del centro dell'oggetto che penso puntiforme); quindi a maggior ragione il lavoro fatto dalla forza peso è nullo; se la quota non fosse nulla, il lavoro sarebbe ancora nullo dato che forza peso e spostamento orizzontale sono tra loro perpendicolari.

Successivamente si sa che l'oggetto "sale su di un piano inclinato" di cui non si conosce l'inclinazione rispetto all'orizzontale ma questo dato è irrilevante.

Quando sale in quota, l'energia potenziale gravitazionale non è più nulla e vale $U_g = m g h$.

Il lavoro fatto dalla forza peso è adesso negativo, dato che tra l'altro peso e spostamento formano ora un angolo ottuso; la forza peso si oppone alla salita dell'oggetto sul piano inclinato.



Nella figura si è riportato l'inizio e la fine del moto.

La forza vincolare \vec{N} è in entrambi i casi ortogonale al piano dove avviene il moto e quindi non contribuisce al lavoro; l'attrito è assente dato che il piano è liscio.

A seguito di queste considerazioni, si può scrivere per tutto l'atto di moto il teorema di conservazione dell'energia meccanica:

$$E_{ci} + U_{pi} = E_{cf} + U_{pf}.$$

Dato che $U_{pi} = 0 \text{ J}$ e che il testo ci dice che la velocità finale è la metà di quella iniziale cioè $v_f = \frac{1}{2} v_i$, elevando quest'ultima equazione al quadrato e moltiplicando ambo i membri per $\frac{1}{2} m$ si ottiene:

$$E_{cf} = \frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} m \cdot \left(\frac{1}{4} v_i^2 \right) = \frac{1}{8} m v_i^2 = \frac{1}{4} E_{ci}$$

Sostituendo nel teorema dell'energia meccanica e ricavando poi U_{pf} si ha:

$$E_{ci} + U_{pi} = E_{cf} + U_{pf} \rightarrow E_{ci} + 0 = \frac{1}{4} E_{ci} + U_{pf} \text{ e quindi } U_{pf} = E_{ci} - \frac{1}{4} E_{ci} = \frac{3}{4} E_{ci}.$$

55) Il potenziale di una sfera carica a distanza $r > R$ (R : raggio della sfera) è espresso dalla formula:

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon \cdot r} \text{dove:}$$

Q è la carica contenuta dentro la sfera e si misura in Coulomb (C)

ϵ è il prodotto della costante dielettrica del vuoto $\epsilon_0 = 8,89 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$ e la costante dielettrica ϵ_r del mezzo in cui eventualmente la sfera può essere immersa; quest'ultima dipende dal materiale e non ha unità di misura.

$$\text{Quindi sostituendo } V_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon \cdot 4r} = \frac{Q}{16\pi\epsilon \cdot r} \text{ e } V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon \cdot 8r} = \frac{Q}{32\pi\epsilon \cdot r}.$$

Confrontando le espressioni di V_A e V_B si vede quindi che $V_A = 2 \cdot V_B$

56) La risposta a questo quesito ha un carattere squisitamente logico.

Acqua e ghiaccio rappresentano due differenti stati della stessa sostanza.

Il volume complessivo di acqua + ghiaccio nella situazione iniziale e dell'acqua che si ha dopo che tutto il ghiaccio si è sciolto sarà lo stesso dato che, non avendo la stessa densità, il ghiaccio galleggia sull'acqua come afferma il principio di Archimede ma per farlo sposta una quantità di acqua che sarà pari al volume da lui occupato.

Più esattamente, ricordando che la densità è data dal rapporto tra massa e volume: $d = \frac{m}{V}$, si può ricavare il volume $V = \frac{m}{d}$.

$$\text{Quindi: } V_i = V_{acqua} + V_{ghiaccio} = V_{acqua} + \frac{50Kg}{0,9 \frac{Kg}{l}} = V_{acqua} + 55,5 l.$$

Quando poi tutto il ghiaccio è sciolto, il volume di acqua si abbassa dato che non c'è più il ghiaccio ad occupare il suo spazio:

$$V_f = V_{acqua} + V_{acqua da ghiaccio} = V_{acqua} + \frac{50Kg}{1 \frac{Kg}{l}} = V_{acqua} + 50 l.$$

Di conseguenza si potrebbe pensare che si sarebbe avuto un abbassamento del volume di $|V_f - V_i| = 5,5 l = 5,5 dm^3 = 5,5 \cdot 10^3 cm^3$.

Inoltre si sa dal testo che l'acqua è contenuta su di un recipiente di forma cubica e lo riempie in parte; quindi il volume occupato è quello di un prisma a base quadrata il cui volume si ricava con la formula:

$$V = l^2 \cdot h.$$

Ricavando h e ricordando che il testo ci dice che il cubo ha lato $l = 100cm = 10^2cm \rightarrow l^2 = 10^4 cm^2$, si potrebbe immaginare una variazione di quota di $\Delta h = \frac{\Delta V}{l^2} = \frac{0,5 \cdot 10^4 cm^3}{10^4 cm^2} = 0,5 cm$. In

realtà, il volume non cambia dato che al livello di acqua che tenderebbe a diminuire man mano che il ghiaccio si scioglie, si aggiunge l'acqua derivata dal ghiaccio. Quindi la quota non cambia.

Matematica

57) La risposta corretta è 14. Infatti:

se la media aritmetica dei 4 numeri è uguale a 25, si ha:

$$\frac{a+b+c+d}{4} = 25, \text{ con } a + b = 70.$$

$$\text{Quindi: } a + b + c + d = 100;$$

$$c + d = 30$$

$$\frac{c + d}{2} = 15$$

58) In un triangolo rettangolo, la mediana relativa all'ipotenusa è uguale alla metà dell'ipotenusa stessa. Indicando con i l'ipotenusa e con m la mediana, si ha:

$$i = \sqrt{10^2 m^2 + 10^2 m^2} = \sqrt{100m^2 + 576m^2} = 26m \text{ da cui } m = 13m$$

59) L'equazione è una biquadratica, riconducibile all'equazione

$$t^2 + t - 2 = 0, \text{ ponendo } x^2 = t.$$

Risolvendo tale equazione si ottiene $t = 1$ e $t = -2$, quest'ultima non accettabile in quanto radice negativa. Risolvendo l'equazione $x^2 = 1$ si ottengono due soluzioni reali e distinte $x = 1$ e $x = -1$

60) Sostituendo e sfruttando le proprietà dei logaritmi, si ha:

$$\frac{\ln 4 - \ln 8}{\ln 4^{-2}} = \frac{2 \ln 2 - 3 \ln 2}{-4 \ln 2} = \frac{-\ln 2}{-4 \ln 2} = \frac{1}{4}$$